

Aus dem Forschungszentrum für Bodenfruchtbarkeit Müncheberg  
der Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR

RICKMANN-JÜRGEN MICHEL

## Zur stochastischen Simulation der räumlichen Verteilung der Bodenfeuchte

Eingegangen: 23. 6. 1989

### Zusammenfassung

Es wird ein stochastisches Verfahren vorgestellt, mit dem unter Nutzung eines Bodenfeuchte-modells (R-Modell) die räumliche Bodenfeuchteverteilung sickerwasserbestimmter landwirtschaftlich genutzter Flächen berechnet werden kann. Es berücksichtigt die Variabilität zweier Modellparameter im untersuchten Gebiet und deren Interkorrelation. Die Modellparameter müssen normal verteilt bzw. auf eine Normalverteilung zurückführbar sein. In einer Beispieluntersuchung werden im Feld kartierte und durch Simulation ermittelte Anteile technologisch vernäßter Areale in einem Kleinstinzugsgebiet während der Frühjahrsbestellung verglichen. Es kann gezeigt werden, daß die Anwendung des Verfahrens einen deutlichen Fortschritt gegenüber der Bodenfeuchte-simulation nur mit Mittelwerten der Bodenparameter darstellt. Vorteile gegenüber einem anderen stochastischen Verfahren werden diskutiert.

### 1. Einleitung

Im Landwirtschaftsbetrieb werden bei der Frühjahrsbestellung ständig Informationen über den Bodenfeuchtezustand der Nutzflächen, z. B. für die Einschätzung der Befahrbarkeit, benötigt. Die Kenntnis der Verteilung der Bodenfeuchte auf der Gesamtfläche ist dabei wichtiger als ihr mittlerer Wert, da sich nur so beurteilen läßt, in welchem Umfang Teile der Fläche zu feucht für ein Befahren sind. In dieser Arbeit soll die stochastische Verteilung der Bodenfeuchte aufgrund der Verteilung der bodenphysikalischen Eingangsparameter eines Bodenfeuchtemodells (R-Modell nach WEISE 1976, 1977) berechnet werden.

### 2. Material und Methoden

Die räumliche Bodenfeuchteverteilung auf einer Fläche wurde aus der Kenntnis der räumlichen Verteilung von zwei Modellparametern des R-Modells bestimmt (nachfolgend als Parameter  $X$  und  $Y$  bezeichnet). Läßt sich die Verteilung von  $X$  und  $Y$  durch je eine Normalverteilung kennzeichnen und ist die Korrelation  $\rho$  zwischen ihnen bekannt, so kann die gemeinsame räumliche Verteilung von  $X$  und  $Y$  statistisch auf eine zweidimensionale Normalverteilung (Abb. 1) mit der

normierten Dichtefunktion

$$f(X; Y; \varrho) = (2\pi\sqrt{1-\varrho^2})^{-1} \exp - \frac{1}{2} \left( \frac{X^2 - 2\varrho XY + Y^2}{1-\varrho^2} \right) \quad (1)$$

zurückgeführt werden. Kann nun durch Bodenfeuchtesimulation gezeigt werden, daß zum Zeitpunkt  $t$  der Wassergehalt des Bodens genau dann einen gewählten Wert (hier den Wassergehalt an der Befahrbarkeitsgrenze) unterschreitet, wenn  $X \leq h$  und  $Y \leq k$  ist (Abb. 1), so ist die Wahrscheinlichkeit

$$P(X \leq h; Y \leq k) = F(X; Y; \varrho) = \int_{x=-\infty}^h dX \int_{y=-\infty}^k f(X; Y; \varrho) dY \quad (2)$$

also ein Wert der zweidimensionalen Verteilungsfunktion. In den vorgenommenen Untersuchungen wurden die Werte der Verteilungsfunktion  $F(X; Y; \varrho)$  mittels Nomogrammen (ABRAMOWITZ... 1984) bestimmt. Besteht zwischen den Parametern  $X$  und  $Y$  keine oder nur eine geringe Korrelation, läßt sich die zweidimensionale auf zwei eindimensionale Verteilungen von  $X$  und  $Y$  zurückführen. Dann ist

$$P(X \leq h; Y \leq k) = P(X \leq h) \cdot P(Y \leq k), \quad (3)$$

wobei Einzelwahrscheinlichkeiten für normalverteilte Variablen leicht zu ermitteln sind.

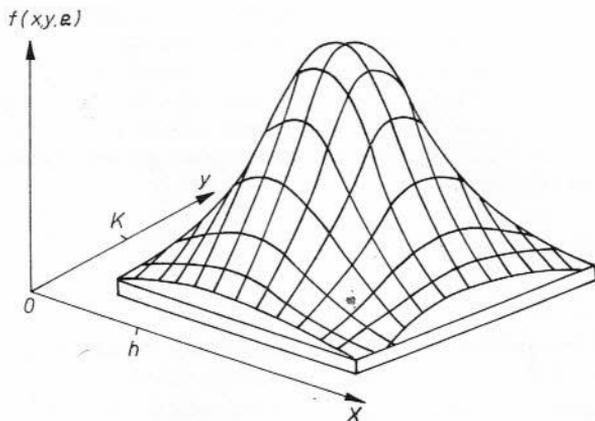


Abb. 1: Dichtefunktion einer zweidimensionalen Normalverteilung

Das Verfahren wird als Beispiel auf eine konkrete Untersuchungsfläche angewandt. Der Untersuchungsstandort (StT D5a) gehört zur kuppigen Grundmoräne nördlich der Pommerschen Eisrandlage der Weichseleiszeit.

Als Untersuchungsfläche wurde der sickerwasserbestimmte Teil eines Kleinstinzugsgebietes gewählt. Er wurde von stau- und grundwasserbeeinflussten Flächenteilen durch Wasserstandsmessungen in Pegelrohren und Piezometern abgegrenzt.

Die Parameterwerte des ‚R-Modells‘ wurden im Untersuchungsgebiet folgendermaßen bestimmt (jeweils bis 5 dm Tiefe):

- Feuchteäquivalent (FÄ) und Äquivalentwelkepunkt (ÄWP): durch Feststellung des Substrates und des Horizontes an Bohrpunkten und Zuordnung von Tabellenwerten für Substrat-Horizont-Gruppen (KOEPEKE ... 1985).
- Anfangswassergehalt (AWG): am 10. April 1987 an Bohrpunkten gemessene Wassergehalte.

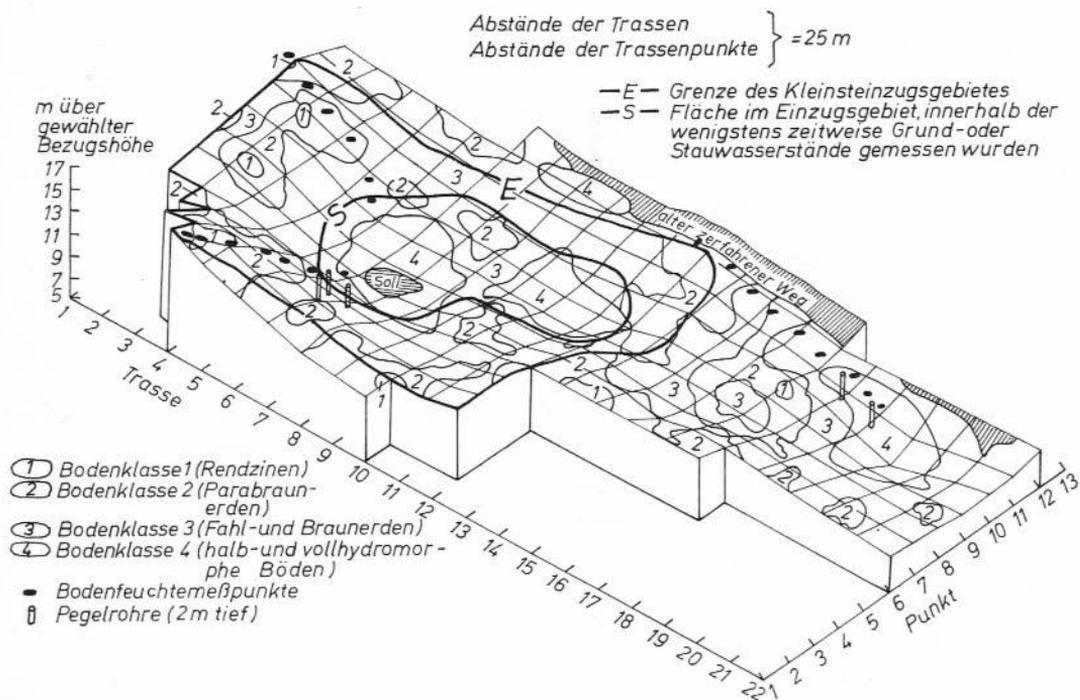


Abb. 2: Überblick über das Untersuchungsgebiet (Lüdersdorf, Kreis Eberswalde)

Die statistische Verteilung der Parameter (Tab. 1) wurde für zwei Gruppen von Böden bestimmt.

- 1. Gruppe: Böden der Luftbildbodenklassen 1 und 2
- 2. Gruppe: Böden der Luftbildbodenklasse 3

Die Abgrenzung der Luftbildbodenklassen erfolgte nach RICHTER (1984).

Tabelle 1

Parameter der Normalverteilung für FÄ, ÄWP und AWG (in % (Vol.)) bis 5 dm

	Gruppe 1 (Bodenklasse 1 und 2)			Gruppe 2 (Bodenklasse 3)		
	$\mu$	$\delta_{n-1}$	$n$	$\mu$	$\delta_{n-1}$	$n$
FÄ	23,1	1,9	74	20,9	2,2	101
ÄWP	9,8	2,7	74	6,3	2,2	101
AWG	30,4	1,8	8	26,8	2,2	7

Zur Ermittlung des Wassergehaltes an der Befahrbarkeitsgrenze<sup>1</sup> wurden an Bodenfeuchtemeßpunkten (Abb. 2) eine taktile Einschätzung der Konsistenz (in Anlehnung an TGL 31 222/09) vorgenommen und anschließend für diese Probe der Wassergehalt (% (Ma)) bestimmt. Für Flächen, die sich bei Feldarbeiten vor der Frühjahrsbestellung in ihrer Befahrbarkeit unterschieden, wurde der aktuelle Konsistenzzustand ermittelt.

<sup>1</sup> Grenzwassergehalt, von dem an aufwärts ein Befahren des Bodens aus technologischer Sicht nicht mehr möglich ist

### 3. Ergebnisse

#### 3.1. Der Wassergehalt an der Befahrbarkeitsgrenze

Eine regressive Ermittlung der Beziehung zwischen Wassergehalt ( $x$ ) und Konsistenz ( $y$ ) ergab folgende Funktionsgleichung:

$$y = -0,052 + 0,188 \cdot x \quad (4)$$

$$r = 0,85$$

$$s = 0,49$$

$$n = 167$$

Die Kartierungen der Konsistenz im Vergleich mit gleichzeitig erfolgter Bodenbearbeitung ermöglichen folgende Feststellungen:

- Teilflächen, in denen der Oberboden mit Konsistenzstufen  $\leq 3$  (bis steif plastisch) angesprochen wurde, waren ohne technologische Probleme bearbeitbar.
- Flächen mit Konsistenzstufe 3,5\* wurden etwa je zur Hälfte bearbeitet und nicht bearbeitet.
- Areale mit Konsistenzstufen  $\geq 4$  (ab weich plastisch) wurden nicht bearbeitet.
- In tiefen Spuren (etwa 30 cm) wies der Boden dreimal Konsistenzstufe 3,5; fünfmal Stufe 4 und zweimal Stufe 4,5 auf.

Der Boden wird aufgrund dieser Beobachtungen dann als technologisch vernäßt angesehen, wenn sein Wassergehalt höher liegt als der mittlere Wassergehalt bei Konsistenzstufe 3. Dieser Grenzwassergehalt ist durch Umstellung von Gleichung (4) zu berechnen und hat den Wert 16,2% (Ma).

Durch die Multiplikation mit der Trockenrohdichte (mittlerer Tabellenwert  $\rho_d = 1,67 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$  nach KOEPKE u. a. (1985)) ergibt sich ein Wassergehalt

$$W_g = 27,0\% \text{ (Vol.)},$$

der den Vergleich mit Ergebnissen der Bodenfeuchtesimulation gestattet.

#### 3.2. Einfluß der einzelnen Modellparameter auf die Simulation der Bodenfeuchtedynamik

Eine stochastische Modellierung der räumlichen Bodenfeuchteverteilung ist effektiv, wenn die Anzahl der variablen Einflußgrößen auf zwei eingeschränkt werden kann. Es war deshalb die Ermittlung des Modellparameters erforderlich, der mit dem geringsten Verlust an Genauigkeit der Simulation stabil gehalten werden kann. Modellrechnungen für diese Auswahl wurden mit Witterungsdaten vom 10. April bis 30. Mai 1987 (meteorologische Station Angermünde) durchgeführt.

Als Kriterium wurde bewertet, wie sich der Wassergehalt (% (Vol.)) bis 5 dm Tiefe gegenüber einer Vergleichsvariante erhöht, bei der ein Bodenparameter (FÄ, ÄWP oder AWG) um 1% (Vol.) niedriger liegt.

\* Konsistenzstufe 3,5 wurde vergeben, wenn eine Zuordnung zur Stufe 3 oder 4 nicht eindeutig möglich war

Die Bodenparameter wurden wie folgt variiert:

- FÄ: 17...27% (Vol.), entspricht etwa I'S bis L
- ÄWP: 4...10% (Vol.), entspricht etwa I'S bis sL
- AWG: 25...31% (Vol.), entspricht etwa Breite der gemessenen Werte.

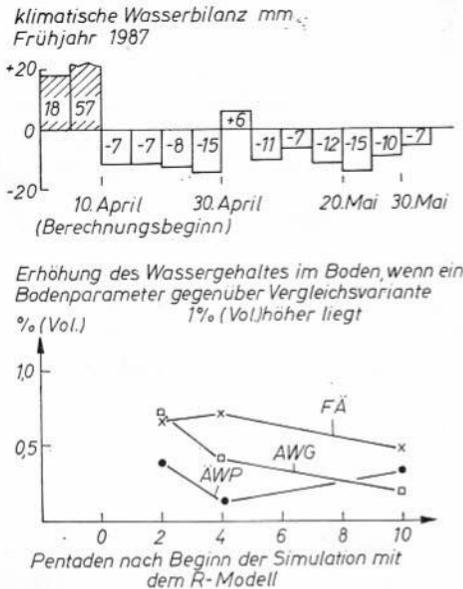


Abb. 3: Einfluß dreier Bodenparameter auf die mit dem R-Modell berechnete Bodenfeuchtedynamik bis 5 dm Tiefe bei gegebenem Witterungsablauf

Aus Abbildung 3 ist zu ersehen, daß bis etwa 8 Pentaden nach Berechnungsbeginn FÄ und AWG den größeren Einfluß auf die Bodenfeuchtedynamik haben, erst danach ÄWP diese stärker als AWG beeinflußt. Für ÄWP wird deshalb in den weiteren Simulationsrechnungen der Mittelwert verwendet.

### 3.3. Ermittlung des Anteils der technologisch vernähten Fläche

Unter Kenntnis des Wassergehaltes an der technologischen Nässegrenze und nach Festlegung des ÄWP als stabilen Parameter wird wie folgt vorgegangen:

a) Entsprechend der Variationsbreite der Parameter werden Parametersätze für Simulationsrechnungen mit dem ‚R-Modell‘ festgelegt. Im untersuchten Fall wurde in folgender Weise kombiniert:

- Bodenklassen 1 und 2 (Gruppe 1)
- |                |                    |                     |
|----------------|--------------------|---------------------|
| FÄ (% (Vol.)): | 19; 21; 23; 25; 27 | } 20 Parametersätze |
| AWG:           | 27; 29; 31; 33     |                     |
| ÄWP:           | 9,8                |                     |

— Bodenklasse 3 (Gruppe 2)

FÄ (% (Vol.)):	17; 19; 21; 23; 25	} 25 Parametersätze
AWG:	23; 25; 27; 29; 31	
ÄWP:	6,3	

- b) In Simulationsrechnungen werden die Bodenfeuchteganglinien der nach a) ermittelten Parametersätze berechnet.
- c) Es werden die Kombinationen von FÄ und AWG ermittelt, in denen der Bodenwassergehalt gleich dem Wassergehalt  $W_g$  ist. Durch das Verbinden dieser Punkte nach der in Abbildung 4 gewählten Darstellungsform werden für verschiedene Simulationstermine die Parameterkombinationen, die technologische Nässe bedingen, abgetrennt.

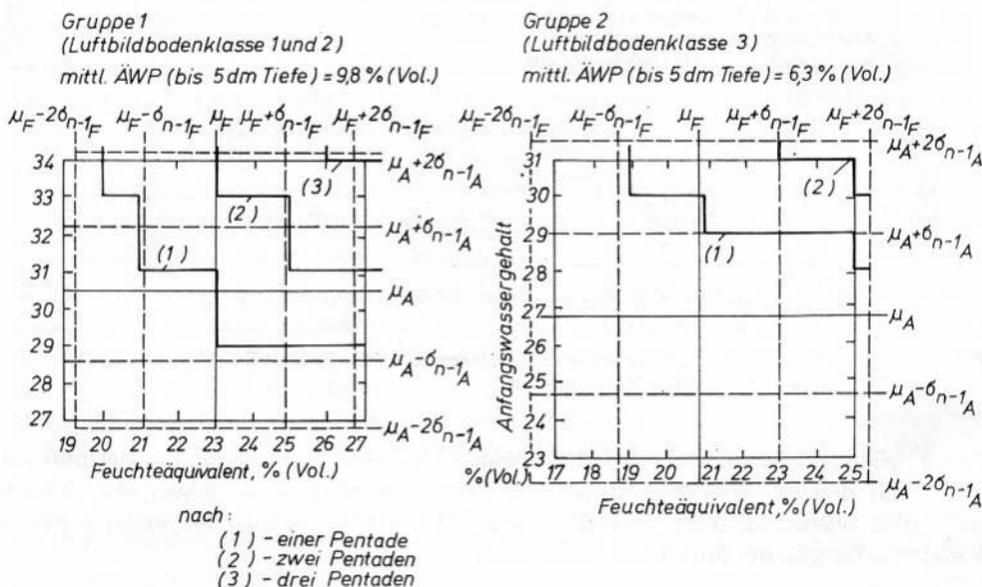


Abb. 4: Kombinationen von Feuchteäquivalent und Anfangswassergehalt, für die der Wassergehalt bis 5 dm Tiefe zu verschiedenen Zeitpunkten (in Pentaden nach Berechnungsbeginn (10. April 1987)) gleich der technologischen Nässegrenze ist

- d) Der Anteil der vernässten Flächen wird ermittelt. Das kann nach 3 Ansätzen geschehen:

— Ansatz I:

Der Anteil der vernässten Fläche wird aus der zweidimensionalen Häufigkeitsverteilung von FÄ und AWG bestimmt.

Im untersuchten Beispiel wurden für jede der zwei Gruppen von Böden 7 Klassen des FÄ und 4 Klassen des AWG gebildet. Während sich die relativen Häufigkeiten in den Klassen des FÄ aus den Schätzwerten des FÄ an den Bohrpunkten ergeben, stehen für eine solche Verfahrensweise beim AWG nicht ausreichend gemessene Werte

zur Verfügung. Hier wird, ausgehend von einer Normalverteilung des AWG, in Näherung eingeschätzt, daß sich die Werte jeder FÄ-Klasse derart in 4 Klassen des AWG aufteilen lassen, daß

16% der FÄ-Werte im Bereich

$$AWG < \mu_{(AWG)} - \sigma_{n-1(AWG)},$$

34% der FÄ-Werte im Bereich

$$\mu_{(AWG)} - \sigma_{n-1(AWG)} \leq AWG \leq \mu_{(AWG)},$$

34% der FÄ-Werte im Bereich

$$\mu_{(AWG)} < AWG \leq \mu_{(AWG)} + \sigma_{n-1(AWG)} \text{ und}$$

16% der FÄ-Werte im Bereich

$$\mu_{(AWG)} + \sigma_{n-1(AWG)} < AWG \text{ liegen.}$$

Bei diesem Ansatz bleibt eine Korrelation zwischen FÄ und AWG unberücksichtigt.

— Ansatz II:

Es wird von normalverteilten FÄ und AWG ausgegangen. Die Korrelation zwischen FÄ und AWG bleibt unberücksichtigt. Dadurch ist die Überführung der gemeinsamen Verteilungsfunktion in je eine Verteilungsfunktion für FÄ und AWG möglich und es können wie in Pkt. 2. angegeben, Flächenanteile berechnet werden, in denen FÄ und AWG kleiner als nach Verfahrensschnitt c) ermittelt sind.

— Ansatz III:

Der statistische Zusammenhang zwischen FÄ und AWG wird berücksichtigt. Eine Regressionsrechnung ergab einen Korrelationskoeffizienten  $r = 0,2$ . Werte der zweidimensionalen Verteilungsfunktion von FÄ und AWG werden entsprechend eines Verfahrens nach ABRAMOWITZ u. a. (1984) (siehe auch Pkt. 2.) berechnet.

Nach den drei Ansätzen wird jeweils der Anteil schon befahrbarer Flächen an der Gesamtfläche (%) berechnet. Der noch vernäßte Flächenanteil ergibt sich aus 100 minus Anteil befahrbarer Areale.

Tabelle 2

Anteil der im Untersuchungsgebiet noch vernäßten Flächen, berechnet nach den Ansätzen I, II und III und im Feld kartiert

Gruppe	An- satz	1 Pentade			2 Pentaden			3 Pentaden		
		1	2	zus.	1	2	zus.	1	2	zus.
nach Beginn der Bodenfeuchtesimulation (10. April 1987)										
Luftbildbodenklasse		1; 2	3	1; 2; 3	1; 2	3	1; 2; 3	1; 2	3	1; 2; 3
Anteil der vernäßten Fläche an der Fläche der Gruppe (%)	I	56,0	10,1	—	4,6	0	—	0	0	—
	II	53,8	10,4	—	8,3	0,4	—	0,4	0	—
	III	56,3	13,6	—	10,7	1,3	—	3,0	0	—
Anteil der Fläche der Gruppe an der Gesamtfläche (%)		30	70	100	30	70	100	30	70	100
Anteil der vernäßten Fläche an der Gesamtfläche (%)	I	16,8	7,1	23,9	1,4	0	1,4	0	0	0
	II	16,1	7,3	23,4	2,5	0,3	2,8	0,1	0	0,1
	III	17,0	9,5	26,5	3,2	0,9	4,1	0,9	0	0,9
Anteil der vernäßten Fläche an der Gesamtfläche (%) entsprechend Nässekartierung				35,5			7,1			keine Kartie- rung

Die Anteile noch vernäbter Flächen, berechnet nach den Ansätzen I, II und III, zeigt Tabelle 2 für das Untersuchungsgebiet als Beispiel. Zum Vergleich ist der nach Nässekartierungen ermittelte Anteil vernäbter Areale mit aufgeführt.

#### 4. Diskussion

Die in Pkt. 3.3. angewandte Verfahrensweise zur Bestimmung des Flächenanteils nicht befahrbarer Böden beruht auf einer stochastischen Simulation der räumlichen Verteilung der Bodenfeuchte. Die dazu angewandte Methode bietet gegenüber anderen stochastischen Verfahren Vorteile.

Im Vergleich zur Monte-Carlo-Methode (näheres dazu u. a. bei HOFFMANN ... 1985) sinkt die Anzahl notwendiger Modellrechnungen auf etwa ein hundertstel. Außerdem kann nach Ansatz III die Korrelation zwischen den Bodenparametern  $F\ddot{A}$  und  $AWG$  bei der Berechnung der Bodenfeuchteverteilung berücksichtigt werden. Das kann bei stärkerem statistischen Zusammenhang der variierten Bodenparameter als im untersuchten Fall ( $r = 0,2$ ) von großer Bedeutung sein. Der nach Ansatz III berechnete Anteil vernäbter Flächen kommt im Beispielfall den Kartierungsergebnissen im Felde am nächsten.

Die begrenzte Abbildungsgenauigkeit des vorgestellten Verfahrens resultiert aus der Unschärfe, mit der alle für die Anwendung des Verfahrens notwendigen Informationen zur Verfügung stehen.

- Die für das Ergebnis sehr wichtige Festlegung der Nässegrenze (Pkt. 3.1.) ist relativ grob, besonders, da nur wenig zwischen unterschiedlichen Böden differenziert werden kann (im Beispielfall überhaupt nicht).
- Die vorausgesetzte Normalverteilung der variierten Bodenparameter ist nur eine Näherung realer Verhältnisse.
- Die Variabilität des Parameters  $\ddot{A}WP$  ist nicht berücksichtigt.

Trotz der genannten Fehlerquellen wird durch die stochastische Herangehensweise ein wesentlicher Fortschritt erreicht. Er besteht darin, daß die Wahrscheinlichkeit des Auftretens hoher und niedriger Bodenwassergehalte auf Teilen der Fläche eingeschätzt werden kann. Die Bodenfeuchtesimulation erhält dadurch eine höhere Steuerungsrelevanz, im gegebenen Beispiel hinsichtlich der Befahrbarkeit. Eine ausschließliche Verwendung der Mittelwerte der Bodenparameter der Beispielfläche für die Simulation würde demgegenüber stets die volle Befahrbarkeit der Fläche ausweisen und stände damit im Widerspruch zu den Untersuchungsergebnissen.

Eine Erhöhung des Aufwands ergibt sich bei der stochastischen Herangehensweise überwiegend durch eine höhere Zahl von Simulationsrechnungen und die erforderliche statistische Bearbeitung der Parameter des Simulationsmodells und der Simulationsergebnisse. Bei der Untersuchung des Standortes ergibt sich kein Mehraufwand, da zur Sicherung von Mittelwerten der hydrologischen Bodenkennwerte ohnehin eine größere Zahl von Punkten untersucht werden muß. Die damit zur Verfügung stehenden Informationen werden durch die vorgestellte Methodik erschlossen, um eine detailliertere und differenziertere Aussage über den Feuchtezustand der Fläche zu erlangen.

## Literatur

- ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I. A.: Pocketbook of Mathematical Functions. — Frankfurt/M., 1984. — 440
- HOFFMANN, E.; KLUGE, W.: Möglichkeiten und Grenzen der Modellierung des Bodenwasserhaushaltes landwirtschaftlicher Flächen. — In: Erhöhung der Wasserausnutzung im Boden und durch die Pflanze zur Steigerung und Stabilisierung der Erträge in der Pflanzenproduktion (Tag.-Ber., Akad. Landwirtsch.-Wiss. DDR; 231). — Berlin, 1985. — 231—244
- KOEPKE, V.; ...: Anleitung zur hydrologischen Standortaufnahme. — Bad Freienwalde, 1985. — 70
- RICHTER, A.: Kennzeichnung ertragsbeeinflussender Standortfaktoren mittels Luftbild am Beispiel eines Schlages der LPG (P) Dedelow/Kreis Prenzlau. — 1984. — Halle, Univ., Dipl.-Arb. TGL 31 222/09 Physikalische Bodenuntersuchung, Konsistenz. — 1978. — 3
- WEISE, K.: Kennzeichnung des Feuchteregimes von Bodenformen durch Berechnung aus Boden- und Witterungsdaten mit Hilfe eines Einschichtmodells. — In: Arch. Acker- Pflanzenbau Bodenkd. — Berlin 20 (1976) 2. — 149—158
- WEISE, K.: Methodik und Ergebnisse der Bodenhydrologischen Kennzeichnung von landwirtschaftlich genutzten Bodenformen mit Folgerungen für die Intensivierung der Pflanzenproduktion, insbesondere für die Melioration. — 1977. — 135. — Berlin, Akad. Landwirtsch.-Wiss. DDR, Diss. B

Anschrift des Verfassers

Dipl.-Mel.-Ing. RICKMANN-JÜRGEN MICHEL

Forschungszentrum für Bodenfruchtbarkeit Müncheberg

— Bereich Bodenkunde/Fernerkundung Eberswalde —  
der Akademie der Landwirtschaftswissenschaften der DDR

Schicklerstraße 3

DDR-1300 Eberswalde-Finow 1